

---

# MATEMATIKA

## 1. - 4. ročník osmiletého gymnázia

### I. Charakteristika a cíle předmětu

Matematika v návaznosti na první stupeň ZŠ vytváří prostřednictvím postupného osvojování matematických pojmů, útvarů, operací a znaků předpoklady pro porozumění kvantitativním a prostorovým vztahům. Výuka matematiky výrazně ovlivňuje rozvoj abstraktního a exaktního myšlení žáků, učí logickému a kritickému usuzování; vede k členitějšímu pohledu na skutečnost a ke kázni ve vyjadřování. Specifickým způsobem přispívá k formování volných a charakterových rysů osobnosti, jako je přesnost, vytrvalost, důslednost a vytváří tak předpoklady pro porozumění a řešení praktických situací i pro další studium.

Proces vzdělávání směřuje k tomu, aby žáci

- v návaznosti na první stupeň ZŠ získali základní vědomosti a dovednosti v aritmetice, algebře a geometrii,
- chápali kvantitativní vztahy v přírodních a společenských procesech,
- porozuměli funkčním vztahům a souvislostem mezi kvantitativně měřitelnými jevy,
- byli schopni aplikovat získané vědomosti a dovednosti,
- dovedli řešit přiměřeně obtížné úkoly problémového charakteru a získali schopnost racionálně využívat kapesní kalkulátor a další výpočetní techniku,
- dovedli řešit úkoly vyžadující geometrickou a zejména prostorovou představivost,
- uměli získávat a třídit informace, číst a rozumět údajům sestaveným do tabulek a grafů a interpretovat je v praxi,
- byli připraveni na intelektuální a volní nároky dalšího studia.

### II. Obsah učiva

#### Přehled tematických celků

Aritmetika

1. Dělitelnost přirozených čísel
2. Celá čísla
3. Desetinná čísla
4. Zlomky
5. Racionální čísla
6. Poměr, přímá a nepřímá úměrnost, procenta, úrok
7. Druhá mocnina a odmocnina
8. Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem

Planimetrie

1. Úhly a jejich velikosti
2. Shodná zobrazení

3. Trojúhelníky
4. Rovnoběžníky a čtyřúhelníky
5. Pythagorova věta
6. Kružnice, kruh
7. Konstrukční úlohy
8. Podobnost, goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku

#### Stereometrie

1. Krychle, kvádr
2. Hranol
3. Válec
4. Jehlan, kužel, koule

#### Algebra

1. Proměnné, výrazy, mnohočleny
2. Lineární rovnice a nerovnice
3. Lomené výrazy, lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli
4. Soustavy dvou lineárních rovnic
5. Funkce

#### Základy statistiky a finanční matematiky

### Obsah tematických celků

#### Aritmetika

##### 1. Dělitelnost přirozených čísel

Násobek, dělitel, znaky dělitelnosti 10, 5, 2, 3, 9. Prvočísla a čísla složená, rozklad čísla na součin prvočísel. Společný dělitel, největší společný dělitel. Soudělná a nesoudělná čísla. Společný násobek, nejmenší společný násobek.

##### 2. Celá čísla

Čísla kladná, nula, čísla záporná. Čísla navzájem opačná. Porovnávání celých čísel, uspořádání celých čísel, zobrazení na číselné ose. Absolutní hodnota. Operace s celými čísly.

##### 3. Desetinná čísla

Desetinná čísla, porovnávání, znázornění na číselné ose. Sčítání a odčítání desetinných čísel. Násobení a dělení desetinného čísla 10, 100, 1 000, 0,1, 0,01, 0,001. Násobení a dělení desetinných čísel. Písemné algoritmy. Převádění jednotek délky, obsahu, objemu a hmotnosti. Odhady a zaokrouhlování výsledků. Slovní úlohy. Vlastnosti početních výkonů s desetinnými čísly. Užití kalkulátoru s pamětí.

##### 4. Zlomky

Zlomek a jeho základní tvar. Smíšené číslo. Rozšiřování a krácení zlomků, porovnávání a rovnost zlomků. Znázornění na číselné ose, desetinné zlomky. Operace se zlomky, společný jmenovatel. Převrácené číslo. Složený zlomek.

##### 5. Racionální čísla

Racionální čísla, operace s racionálními čísly, zlomky a desetinná čísla. Vyjádření racionálního čísla desetinným rozvojem. Desetinný periodický rozvoj čísla, perioda.

##### 6. Poměr, přímá a nepřímá úměrnost, procenta, úrok

Poměr, převrácený poměr, krácení a rozšiřování poměru, zvětšování a zmenšování v daném poměru. Postupný poměr. Měřítko plánů a map.

Soustava souřadnic v rovině, osy souřadnic. Přímá úměrnost, graf. Nepřímá úměrnost, graf. Úměra, trojčlenka. Slovní úlohy.

Procento, procentový základ, procentová část, počet procent. Promile. Úrok, jednoduché úrokování. Úlohy z praxe.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Náročnější úlohy na trojčlenku.

## **7. Druhá mocnina a odmocnina**

Pojem a výpočet druhé mocniny a odmocniny. Užití tabulek a kalkulatoru. Iracionální číslo a osa reálných čísel (intuitivně). Užití druhé mocniny a odmocniny.

## **8. Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem**

Výpočet mocniny s přirozeným mocnitelem. Operace s mocninami s přirozeným mocnitelem. Mocnitel nula.

Výpočet mocniny s celým mocnitelem. Operace s mocninami s celým mocnitelem. Zápis čísla v desítkové soustavě pomocí mocnin deseti, zápis čísla ve tvaru  $a \cdot 10^n$ ,  $1 \leq a < 10$ ,  $n$  celé. Řád čísla, zobrazení čísla na displeji kalkulatoru.

## **Planimetrie**

### **1. Úhly a jejich velikosti**

Pojem úhlu, jeho velikost (stupeň, minuta, vteřina, úhломěr). Rýsování úhlu dané velikosti. Přenášení úhlu a konstrukce osy úhlu. Přímý, ostrý, pravý, tupý, nulový, plný úhel. Vedlejší a vrcholové úhly, souhlasné a střídavé úhly. Sčítání a odčítání úhlů, násobení úhlu přirozeným číslem graficky a početně, dělení úhlu dvěma graficky a početně. Konstrukce úhlů velikosti  $90^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $120^\circ$  kružítkem.

### **2. Shodná zobrazení**

Shodnost útvarů v rovině (ověřování překrýváním). Osová souměrnost, osa souměrnosti, samodružné body, samodružné přímky, konstrukce obrazu. Osově souměrné útvary, osa úsečky, počet os souměrnosti rovinného útvaru.

Středová souměrnost, střed souměrnosti, samodružný bod, samodružné přímky, konstrukce obrazu. Středově souměrné útvary.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Posunutí a otočení. Osová a středová souměrnost v soustavě souřadnic. Posunutí a otočení o celočíselné násobky  $90^\circ$  v soustavě souřadnic, kladný a záporný smysl otáčení. Konstrukční úlohy řešené pomocí shodných zobrazení.

Rovinná souměrnost v prostoru, rovina souměrnosti, obraz bodu v rovinné souměrnosti, demonstrace v krychli.

### **3. Trojúhelníky**

Vnitřní a vnější úhly trojúhelníku. Ostroúhlý, pravouhlý a tupouhlý trojúhelník. Rovnoramenný a rovnostranný trojúhelník. Shodnost trojúhelníků (věty *sss*, *sus*, *usu*), užití vět o shodnosti trojúhelníků.

Výšky a těžnice trojúhelníku, těžiště. Kružnice vepsaná a opsaná trojúhelníku. Střední příčka trojúhelníku. Obsah trojúhelníku.

Konstrukce trojúhelníku podle vět *sss*, *sus*, *usu*. Trojúhelníková nerovnost.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Věta *Ssu* o shodnosti trojúhelníku, užití, konstrukce trojúhelníku podle věty *Ssu*; konstrukce trojúhelníku, je-li dáno  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ . Důkazové úlohy pomocí vět o shodnosti trojúhelníků.

#### 4. Rovnoběžníky a čtyřúhelníky

Rovnoběžník a jeho vlastnosti. Úhlopříčky a výšky rovnoběžníku. Kosodélník a kosočtverec. Obsah a obvod rovnoběžníku. Konstrukce rovnoběžníku. Užití středové souměrnosti. Lichoběžník, vlastnosti lichoběžníku, obvod a obsah, konstrukce. Deltoid a jeho obsah. Obsah libovolného čtyřúhelníku. Slovní úlohy.

##### Doporučené rozšiřující učivo

Důkazové úlohy o rovnoběžnících pomocí vět o shodnosti trojúhelníků. Konstrukce lichoběžníku ze čtyř stran, ze základů a úhlopříček. Mnohouhelník, obvod a obsah mnohoúhelníku. Pravidelné mnohoúhelníky. Konvexní útvar.

#### 5. Pythagorova věta

Pythagorova věta a věta k ní obrácená. Výpočty pomocí Pythagorovy věty v pravouhlém trojúhelníku. Užití Pythagorovy věty a obrácené věty k větě Pythagorově. Výpočet délky tělesové úhlopříčky krychle a kvádrů.

##### Doporučené rozšiřující učivo

Složitější úlohy na Pythagorovu větu. Vyjádření délky úsečky pomocí druhé odmocniny. Konstrukce délek úseček určených druhou odmocninou. Poměry délek stran v pravouhlých trojúhelnících s vnitřním úhlem velikosti  $45^\circ$  nebo  $30^\circ$ , užití. Pythagorejské trojúhelníky.

#### 6. Kružnice, kruh

Kružnice, kruh, vzájemná poloha přímky a kružnice. Tečna, tětiva, vlastnosti. Oblouk kružnice, kruhová výseč a úseč.

Vzájemná poloha dvou kružnic, středná. Soustředné kružnice, mezikružší. Thaletova věta.

Obsah kruhu, délka kružnice, číslo  $\pi$ . Délka oblouku kružnice. Obsah kruhové výseče, obsah mezikružší.

#### 7. Konstrukční úlohy

Množiny všech bodů dané vlastnosti, základní množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice apod). Konstrukce útvarů daných vlastností. Rozbor úlohy, zápis konstrukce, konstrukce, důkaz, diskuse.

Konstrukce tečny z bodu ke kružnici.

##### Doporučené rozšiřující učivo

Složitější konstrukce trojúhelníků a čtyřúhelníků. Konstrukční úlohy řešené pomocí shodných zobrazení.

#### 8. Podobnost, goniometrické funkce v pravouhlém trojúhelníku

Podobnost, poměr podobnosti. Podobnost trojúhelníků, věty o podobnosti trojúhelníků, užití. Měřítko plánu a mapy.

Funkce sinus, kosinus, tangens, kotangens v pravouhlém trojúhelníku. Grafy funkcí, tabulky a kalkulátor, užití. Úlohy z praxe. Užití goniometrických funkcí ve stereometrii.

##### Doporučené rozšiřující učivo

Náročnější úlohy na podobnost. Objem a povrch komolého jehlanu a kužele. Stejnolehlost, obraz útvaru ve stejnolehlosti, koeficient stejnolehlosti. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi v pravouhlém trojúhelníku.

#### Stereometrie

##### 1. Krychle, kvádr

Zobrazení krychle a kvádrů ve volném rovnoběžném promítání. Objem a povrch tělesa v krychlové síti. Jednotky objemu a jejich převody. Síť krychle a kvádrů. Výpočet povrchu a objemu krychle a kvádrů. Stěnové a tělesové úhlopříčky.

## 2. Hranol

Hranol, zobrazení hranolu, síť hranolu. Kolmý hranol. Objem a povrch kolmého hranolu. Čtyřboké a trojboké hranoly, síť.

## 3. Válec

Válec, síť válce, podstavy a plášť válce. Objem a povrch válce.

## 4. Jehlan, kužel, koule

Jehlan, zobrazení jehlanu, podstava a výška jehlanu, plášť jehlanu, síť jehlanu, povrch a objem jehlanu.

Kužel, podstava a výška kužele, plášť kužele, síť kužele, povrch a objem kužele.

Koule, povrch a objem.

## Algebra

### 1. Proměnné, výrazy, mnohočleny

Číselný výraz a jeho hodnota. Proměnná, výraz s proměnnou. Celistvý výraz (jednočlen), operace s jednočleny. Mnohočlen, sčítání, odčítání, násobení a dělení mnohočlenů. Vzorce pro druhou mocninu dvoječlenu a pro rozdíl druhých mocnin. Slovní úlohy na sestavování a úpravy výrazů.

#### Doporučené rozšiřující učivo

Rozklad kvadratického trojčlenu v oboru celých čísel.

### 2. Lineární rovnice a nerovnice

Rovnost, rovnice. Lineární rovnice s jednou neznámou, kořen rovnice, ekvivalentní úpravy, zkouška. Diskuse řešitelnosti lineární rovnice. Slovní úlohy. Výpočet neznámé ze vzorce.

Nerovnost, nerovnice. Lineární nerovnice s jednou neznámou, její řešení, množina všech řešení. Intervaly. Soustava lineárních nerovnic s jednou neznámou. Úlohy z praxe.

### 3. Lomené výrazy, lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli

Lomený výraz, definiční obor, operace s lomenými výrazy. Složený lomený výraz. Lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli.

Diskuse řešitelnosti. Slovní úlohy. Typové úlohy o pohybu, o společné práci, o směsích, složitější úlohy na procenta.

### 4. Soustavy dvou lineárních rovnic

Řešení soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými, metoda sčítací a dosazovací. Diskuse řešitelnosti. Slovní úlohy.

### 5. Funkce

Funkce, definiční obor a obor hodnot. Lineární funkce, vlastnosti, graf. Přímá úměrnost jako zvláštní případ lineární funkce. Grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic se dvěma neznámými. Funkce nepřímá úměrnost. Rostoucí a klesající funkce. Konstantní funkce. Funkce  $y = ax^2$ , vlastnosti, graf. Funkce  $y = \sqrt{x}$ , graf. Úlohy z praxe.

#### Doporučené rozšiřující učivo

Příklady dalších elementárních funkcí, např. funkce druhá odmocnina.

### Základy statistiky a finanční matematiky

Statistický soubor, statistické šetření. Shromažďování a třídění statistických údajů. Jednotka, znak, četnost, vyjádření četnosti v procentech. Aritmetický průměr. Modus a medián. Sloupkový a kruhový diagram.

Úrok, jistina, úroková doba, úrokovací období, úroková míra. Jednoduché úrokování. Složené úrokování. Daň z úroku. Úlohy z praxe.

Valuty, devizy, převody měn. Řešení jednoduchých úloh kombinovaného úrokování.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Histogram, vyšetřování více početných statistických souborů, směrodatná odchylka, rozptyl.

## **III. Přístupy k obsahu a organizaci výuky**

Obsah učiva matematiky je vymezen tematickými celky a osnovnými hesly, jejichž posloupnost a další obsahové a časové rozvržení je v plné kompetenci vyučujícího.

Vyučujícím se doporučuje vypracovat časově tematický plán výuky matematiky s ohledem na podmínky na škole a vlastní metodické a didaktické přístupy k obsahu učiva tak, aby zvolená stavba učiva neporušovala logické a didaktické zásady a mezipředmětové vazby.

Na základě vlastních metodických a pedagogických záměrů při výuce vyučující rozhoduje o způsobu řazení jednotlivých tematických celků, tj. zda vyučovat průběžně po tématech nebo učit v týdnu střídavě aritmetiku a algebru spolu s geometrií.

Vyučujícím se doporučuje zařazovat na počátku každého školního roku opakování učiva a provést závěrem větších tematických celků shrnutí a systemizaci učiva.

V kompetenci vyučujícího je volba doporučeného rozšiřujícího učiva, které využije podle vlastních představ, pedagogických záměrů a podmínek na škole. Toto učivo může vyučující obsahově upravit nebo doplnit; jeho prezentace ve vyučování není závazná.

Na základě konkrétních podmínek a možností ve výuce na škole, vzdělanostní úrovně žáků a za předpokladu splnění Standardu základního vzdělávání lze některé učivo (např. kvadratické rovnice) určené pro 5. - 8. ročník osmiletého gymnázia realizovat již v nižším - 4. ročníku.

*Odborný gestor VÚP: RNDr. Jan Houska, CSc.*

---

# MATEMATIKA

## 1. – 4. ročník čtyřletého gymnázia 5. – 8. ročník osmiletého gymnázia

### I. Charakteristika a cíle předmětu

Matematika rozvíjí logické a abstraktní myšlení žáků, vede je k myšlenkové samostatnosti a přispívá k jejich celkovému intelektuálnímu rozvoji. Těžiště výuky spočívá v aktivním osvojování strategie řešení úloh a problémů, v pěstování schopnosti aplikace.

Žáci získávají dovednost efektivně provádět operace s čísly (včetně využití kapesního kalkulátoru), poznávají důvody pro rozšiřování číselných oborů, učí se korektně a obratně upravovat číselné i algebraické výrazy, řešit lineární a kvadratické rovnice a nerovnice a jejich soustavy včetně provádění diskusí jednodušších úloh s parametrem.

Významnou úlohu ve studiu matematiky hraje prohlubování pojmu proměnné, utváření funkčního, kombinatorického a pravděpodobnostního myšlení, stále důležitější se jeví výuka elementů statistiky, zejména schopnost správné interpretace statistických dat.

Nezastupitelné místo ve studiu matematiky na gymnáziu má planimetrie a stereometrie, která vede žáky k rozvíjení geometrické představivosti, posiluje schopnost deduktivních úvah, rozvíjí dovednost přesného a estetického rýsování. V analytické geometrii se utváří a prohlubuje pochopení vztahu geometrie a na druhé straně aritmetiky a algebry.

Matematika vede žáky k intuitivnímu porozumění rozdílů mezi „konečným“ a „nekonečným“ při zavádění číselných oborů, v geometrii, při výuce o posloupnostech a pojmu limity.

Ve výuce se významně uplatňuje vztah k přírodovědným předmětům, vztah matematiky, informatiky a výpočetní techniky, geometrie a deskriptivní geometrie.

Proces vzdělání směřuje k tomu, aby žáci

- získali vědomosti a dovednosti z tematických celků uvedených v učebních osnovách a rozvinuli na základě obsahu a metod matematiky své abstraktní a logické myšlení,
- naučili se samostatně analyzovat texty úloh a řešit je, odhadovat, hodnotit a zdůvodňovat výsledky, vyhodnocovat různé způsoby řešení,
- ovládli jazyk matematiky a matematickou symboliku, naučili se přesně vyjadřovat,
- rozvinuli geometrickou a zejména prostorovou představivost, zdokonalili grafický projev,
- pochopili roli induktivních a deduktivních postupů, získali schopnost užít logickou stavbu matematiky, osvojili si některé metody vědeckého myšlení,
- porozuměli vzájemným vztahům mezi jednotlivými tematickými celky, uměli matematizovat reálné situace a aplikovat své znalosti a dovednosti i mimo matematiku,
- naučili se vyhledávat, sdělovat a využívat informace z oblasti matematiky,
- v souvislosti s uplatňováním mezipředmětových vztahů a aplikací, připomenutím významných osobností a elementů historie vědy akceptovali matematiku jako součást kultury,
- spolu s předcházejícími cíli získali nebo posílili pozitivní rysy své osobnosti (pracovitost, přesnost, důslednost, sebekontrolu a odpovědnost, vytrvalost a schopnost překonávat překážky).

## II. Obsah učiva

### Přehled tematických celků

1. Základní poznatky z matematiky, číselné obory
2. Algebra
3. Planimetrie
4. Funkce
5. Goniometrie a trigonometrie
6. Stereometrie
7. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika
8. Posloupnosti
9. Analytická geometrie v rovině

### Doporučené rozšiřující tematické celky

10. Komplexní čísla
11. Analytická geometrie v prostoru
12. Základy diferenciálního a integrálního počtu

### Obsah tematických celků

#### 1. Základní poznatky z matematiky, číselné obory

Základní množinové pojmy a vztahy, operace s množinami. Výrok a jeho pravdivostní hodnota, výroky o počtu prvků, obecný a existenční kvantifikátor, operace s výroky – negace, konjunkce, disjunkce, implikace, ekvivalence.

Axiom, definice, věta, obrácená věta. Přímý důkaz, důkaz sporem.

Obor čísel přirozených, celých, racionálních a reálných. Iracionální čísla. Vlastnosti rovnosti a nerovnosti. Operace v číselných oborech.

Zobrazení, prosté zobrazení. Číselná osa. Absolutní hodnota, intervaly, operace s intervaly. Druhá a třetí odmocnina, jednoduché operace s odmocninami. Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem. Operace s mocninami.

Práce s kalkulátorem. Odhady a zaokrouhlování výsledků.

Násobek a dělitel. Znaky dělitelnosti. Největší společný dělitel, nejmenší společný násobek. Prvočísla a čísla složená. Základní věta aritmetiky.

**Poznámka:** Pro žáky osmiletých gymnázií je heslo Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem opakováním. V tomto případě se doporučuje rozšířit tuto tematiku o hesla: Definice  $n$ -té odmocniny, mocniny s racionálním exponentem (příp. uvést mocninu s reálným exponentem), operace s mocninami a odmocninami, úpravy číselných výrazů s mocninami a odmocninami.

#### Doporučené rozšiřující učivo

Kartézský součin, relace.

Výrokový počet, tabulky pravdivostních hodnot, množinová algebra, Vennovy diagramy, řešení úloh o počtu prvků množin.

Eratosthenovo síto, Euklidův algoritmus, diofantovské rovnice.

#### 2. Algebra

Proměnná, výraz. Mnohočleny a operace s nimi. Lomený výraz a výraz s odmocninou, definiční obor výrazu. Vzorce  $(a + b)^2$ ,  $a^2 - b^2$ ,  $(a + b)^3$ ,  $a^3 - b^3$ . Rozklad mnohočlenu na součin vytýkáním a užitím vzorců. Vyjádření neznámé ze vzorce.

Řešení lineárních rovnic. Řešení lineárních nerovnic s jednou neznámou a jejich soustav.

Lineární rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou. Řešení rovnic a nerovnic v součinném a podílovém tvaru. Soustavy lineárních rovnic se dvěma a třemi neznámými. Grafické řešení soustavy dvou lineárních rovnic.

Řešení kvadratické rovnice. Ryze kvadratická rovnice, kvadratická rovnice bez absolutního členu. Diskriminant. Rozklad kvadratického trojčlenu. Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice. Řešení rovnic s neznámou pod odmocninou. Jednoduché lineární a kvadratické rovnice s jedním parametrem. Kvadratické nerovnice, geometrická interpretace. Řešení rovnic a nerovnic s neznámou ve jmenovateli. Slovní úlohy. Ekvivalentní úpravy rovnic a nerovnic, zkouška řešení, ověření řešení nerovnice.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Řešení soustavy tří lineárních rovnic se třemi neznámými, maticový zápis a diskuse řešitelnosti. Řešení náročnějších rovnic, nerovnic a jejich soustav s parametry.

## **3. Planimetrie**

Přímka, polopřímka, úsečka. Vzájemná poloha přímek. Polov rovina. Úhel. Dvojice úhlů. Odchylka dvou přímek, vzdálenost bodu od přímky, vzdálenost rovnoběžek.

Trojúhelník, věty o shodnosti trojúhelníků, významné prvky a vztahy v trojúhelníku. Rovnoběžník. Lichoběžník, čtyřúhelník, mnohoúhelník, pravidelný mnohoúhelník. Konvexní útvary.

Kružnice, kruh, jejich části. Středový a obvodový úhel. Vzájemná poloha přímky a kružnice, dvou kružnic.

Obvody a obsahy rovinných obrazců.

Podobnost trojúhelníků. Euklidovy věty, Pythagorova věta a věta obrácená. Poměry délek stran v pravouhlých trojúhelnících s vnitřními úhly velikosti  $30^\circ$  nebo  $45^\circ$ . Konstruktivní a výpočetní úlohy.

Množiny všech bodů dané vlastnosti, užití.

Shodná zobrazení – osová a středová souměrnost, posunutí, otočení. Stejnolehlost. Konstruktivní úlohy.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Konstrukce délek úseček daných algebraickým výrazem. Další polohové a metrické vztahy v trojúhelníku a ve čtyřúhelníku. Tečnový a tětíkový čtyřúhelník. Mocnost bodu ke kružnici. Skládání shodných zobrazení. Dělicí poměr. Apolloniova kružnice.

## **4. Funkce**

Pojem funkce, definiční obor a obor hodnot funkce, graf funkce. Konstantní funkce, lineární funkce, přímá úměrnost. Funkce s absolutními hodnotami. Kvadratická funkce a její užití při řešení kvadratických rovnic a nerovnic. Rovnost funkcí. Funkce monotónní, funkce prostá, funkce omezená, funkce sudá a lichá, maximum a minimum funkce. Periodická funkce. Složená funkce.

Lineární lomená funkce, nepřímá úměrnost. Mocninné funkce s přirozeným a celým mocnitelem. Inverzní funkce. Funkce druhá a třetí odmocnina.

Definice  $n$ -té odmocniny. Operace s odmocninami. Mocniny s racionálním a reálným exponentem. Úpravy algebraických výrazů s mocninami a odmocninami.

Exponenciální a logaritmická funkce. Logaritmus, věty o logaritmech. Logaritmy o různých základech, přirozený logaritmus. Jednoduché exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice.

### **Doporučené rozšiřující učivo**

Konstrukce grafu funkce  $y = a \cdot f(bx + c) + d$ ,  $y = \check{z}f(x)\check{z}$ ,  $y = f(\check{z}x\check{z})$  z grafu funkce  $y = f(x)$ . Parametrické systémy funkcí. Polynomická a racionální funkce, mocninné funkce s racionálním mocnitelem.

Složitější exponenciální a logaritmické rovnice a nerovnice a jejich soustavy.

## 5. Goniometrie a trigonometrie

Velikost úhlu v míře stupňové a v míře obloukové. Orientovaný úhel. Funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens. Vztahy mezi goniometrickými funkcemi. Graf složené funkce typu  $y = a \cdot \sin (bx + c) + d$ . Součtové vzorce, vzorce pro dvojnásobný a poloviční argument. Úpravy goniometrických výrazů. Jednoduché goniometrické rovnice a nerovnice. Sinová a kosinová věta. Řešení obecného trojúhelníku, aplikace.

### Doporučené rozšiřující učivo

Složitější goniometrické rovnice a nerovnice a jejich soustavy. Cyklometrické funkce.

## 6. Stereometrie

Základní pojmy – bod, přímka, rovina. Polohové vlastnosti bodů, přímek a rovin v prostoru. Vzájemná poloha dvou přímek, přímky a roviny, dvou a tří rovin. Rovnoběžnost přímek a rovin. Volné rovnoběžné promítání. Rovinné řezy hranolu a jehlanu. Průnik přímky s tělesem.

Metrické vztahy v prostoru. Kolmost přímek a rovin. Vzdálenosti a odchylky. Objemy a povrchy těles – hranol, válec, jehlan, kužel, komolý jehlan a komolý kužel, koule a její části. Aplikační úlohy.

### Doporučené rozšiřující učivo

Eulerova věta o mnohostěnech. Pravidelné mnohostěny. Náročnější konstrukční a výpočetní úlohy. Shodná zobrazení v prostoru. Stejnolehlost v prostoru.

## 7. Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika

Základní kombinatorická pravidla. Variace s opakováním a bez opakování, permutace, kombinace bez opakování. Faktoriál. Kombinační čísla a jejich vlastnosti. Pascalův trojúhelník. Binomická věta.

Náhodné pokusy, množina všech možných výsledků. Náhodný jev a jeho pravděpodobnost. Pravděpodobnost sjednocení dvou náhodných jevů. Nezávislé jevy.

Statistický soubor, jednotka, znak. Absolutní a relativní četnost. Rozdělení četností, grafické znázornění. Charakteristiky polohy a variability. Aritmetický, geometrický, harmonický a vážený průměr, modus, medián, rozptyl, směrodatná odchylka.

### Doporučené rozšiřující učivo

Permutace a kombinace s opakováním. Binomické rozdělení. Ověřování hypotéz. Podmíněná pravděpodobnost. Vztah relativní četnosti a pravděpodobnosti.

Prohloubení učiva ze statistiky. Variační koeficient. Statistická závislost znaků, koeficient korelace.

## 8. Posloupnosti

Posloupnost, její určení, vzorec pro  $n$ -tý člen, rekurentní vztah, součet prvních  $n$  členů posloupnosti. Graf posloupnosti. Vlastnosti posloupností. Aritmetická a geometrická posloupnost, aplikace.

Matematická indukce.

### Doporučené rozšiřující učivo

Limita posloupnosti. Věty o limitách. Užití limit posloupnosti. Nevlastní limita. Konvergentní a divergentní posloupnost. Nekonečná geometrická řada. Číslo  $\pi$  a číslo  $e$  jako limita posloupnosti racionálních čísel.

## 9. Analytická geometrie v rovině

Soustava souřadnic v rovině. Vzdálenost bodů, střed úsečky. Orientovaná úsečka a vektor, souřadnice vektoru, velikost vektoru. Posunutí soustavy souřadnic. Sčítání vektorů a násobení vektoru reálným číslem. Lineární závislost a nezávislost vektorů. Skalární součin vektorů.

Parametrické vyjádření přímky. Obecná rovnice přímky. Směrnicový tvar rovnice přímky. Vzájemná poloha přímk, odchylka přímk, vzdálenost bodu od přímky.

Analytické vyjádření kružnice, vzájemná poloha přímky a kružnice, tečna. Elipsa, parabola, hyperbola, jejich základní vlastnosti, konstrukce. Vrcholová rovnice paraboly, osová rovnice elipsy a hyperboly. Určení kuželosečky z jejího analytického vyjádření. Vzájemná poloha přímky a kuželosečky, tečny.

#### **Doporučené rozšiřující učivo**

Úsekový tvar rovnice přímky. Analytické vyjádření polopřímky a úsečky, vzájemné polohy. Analytické vyšetřování množin bodů dané vlastnosti. Parametrické vyjádření kuželoseček. Transformace soustavy souřadnic otočením. Technické křivky.

### **Doporučené rozšiřující tematické celky**

#### **10. Komplexní čísla**

Obor komplexních čísel, Gaussova rovina. Algebraický tvar komplexního čísla, operace s komplexními čísly. Absolutní hodnota a argument. Goniometrický tvar komplexního čísla. Moivreova věta a její užití. Řešení kvadratické rovnice v oboru komplexních čísel. Binomické rovnice.

#### **11. Analytická geometrie v prostoru**

Soustava souřadnic v prostoru, souřadnice bodu a vektoru, vzdálenost bodů, velikost vektoru. Operace s vektory v prostoru, lineární kombinace vektorů, vektorový součin.

Parametrické vyjádření přímky a roviny v prostoru. Obecná rovnice roviny. Vzájemná poloha bodů, přímk a rovin. Vzdálenosti a odchylky.

Kulová plocha.

#### **12. Základy diferenciálního a integrálního počtu**

Elementární funkce, vlastnosti, grafy. Okolí bodu. Spojitost funkce v bodě a intervalu. Limita funkce v bodě. Limita funkce v nevlastním bodě. Věty o limitách. Derivace funkce, geometrický a fyzikální význam. Derivace elementárních funkcí. Derivace součtu, součinu a podílu funkcí. Derivace složené funkce. Druhá derivace. Průběh funkcí. Užití diferenciálního počtu.

Primitivní funkce. Primitivní funkce k základním funkcím. Určitý integrál. Výpočet obsahu obrazce. Objem rotačního tělesa. Fyzikální aplikace určitého integrálu.

### **III. Přístupy k obsahu a organizaci výuky**

Obsah učiva matematiky je vymezen tematickými celky a osnovovými hesly, jejichž polohovost a další obsahové a časové řazení je v plné kompetenci vyučujícího. Povinný obsah učiva odpovídá minimální časové dotaci dané učebním plánem. Případnou vyšší časovou dotaci využije vyučující ke zvýšení náročnosti v úrovni úloh a k obsahovému rozšíření učiva s využitím námětů doporučeného rozšiřujícího učiva.

Uspořádání dané výčetem v obsahu učiva nemusí vyučující přesně dodržovat, může provést změny tak, aby dodržel logické a didaktické zásady výuky a mezipředmětové vazby s učivem jiných předmětů.

Vyučujícím se doporučuje vypracovat vlastní časově tematický plán výuky matematiky, v němž zohlední

- podmínky výuky matematiky na škole,
- vlastní metodické a didaktické přístupy k obsahu učiva a celkové pedagogické záměry,

- požadavky na průběžné opakování učiva, shrnutí a systemizaci po větších tematických celcích,
- vlastní řazení tematických celků, případně paralelní výuku algebry a planimetrie nebo tematického celku Funkce spolu s goniometrií, trigonometrií a stereometrií,
- přípravu k maturitní zkoušce.

Tematické celky Komplexní čísla, hesla doporučeného rozšiřujícího učiva tematického celku Posloupnosti (limita posloupnosti, věty o limitách, užití limit posloupností, nevlastní limita, konvergentní a divergentní posloupnost, nekonečná geometrická řada) a Základy diferenciálního a integrálního počtu se doporučuje zařadit do obsahu učiva pro přípravu žáků na vysokoškolské studium matematicko-přírodovědných, technických, ekonomických a dalších směrů, v nichž se dobrá připravenost žáků v matematice požaduje.

*Odborný gestor VÚP: RNDr. Jan Houska, CSc.*